ÉPREUVE DE PROBABILITÉS ET STATISTIQUES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE

(Option générale et option agronomie)

PREMIÈRE PARTIE

PROBABILITÉS ET STATISTIQUES MATHÉMATIQUES

DURÉE : 1 h 30

N.B. — *Les candidats sont priés :*

1° *D'écrire très lisiblement, de soigner la rédaction et la présentation matérielle. Il convient de numéroter les diverses questions en les séparant très nettement,* de respecter les notations de l'énoncé.

2° *De donner les explications nécessaires et suffisantes en faisant figurer sur la copie tous les calculs intermédiaires.*

3° *De donner les résultats encadrés.*

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

PREMIER EXERCICE

Dans une ferme industrielle, le service vétérinaire veut modifier le régime alimentaire des vaches, dans le but d'augmenter la production laitière.

Pour cela on a choisi au hasard 15 vaches que l'on a nourries pendant un mois avec l'aliment habituel X et l'on a relevé pour chaque vache la production quotidienne moyenne de lait exprimée en kg.

Puis on a nourri ces mêmes vaches pendant un mois avec le nouvel aliment Y et on a relevé de même la production quotidienne moyenne de chaque vache :

N° de la vache	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Production en kg/j avec X	27,6	23,4	25,2	28,2	28,8	25,8	27	27	29,4	28,2	30	28,2	32,4	29,4	30
Production en kg/j avec Y	28,8	25,6	26,4	28	31,2	27,2	28,8	28	29,6	29,2	28,4	29,6	31,2	32	29,2

Ainsi la 1re ligne du tableau désigne le numéro i de la vache, la 2e ligne la production laitière de la vache n° i avec l'aliment X soit x_i et la 3e ligne la production laitière de la même vache nourrie avec l'aliment Y soit y_i.

On effectue sur ces variables statistiques les changements de variables suivants :

$$u_i = \frac{x_i - 28{,}2}{0{,}6} \quad \text{et} \quad v_i = \frac{y_i - 28{,}8}{0{,}8}$$

On donne les résultats partiels suivants :

$$\sum_{i=1}^{15} u_i = -4 \; ; \quad \sum_{i=1}^{15} u_i^2 = 190 \; ; \quad \sum_{i=1}^{15} v_i = 1{,}5 \; ; \quad \sum_{i=1}^{15} v_i^2 = 67{,}75 \; ; \quad \sum_{i=1}^{15} u_i v_i = 91$$

1° Donner les formules qui permettent de calculer les moyennes et les écarts types des variables (x_i) et (y_i) en fonction des variables (u_i) et (v_i) et calculer ces valeurs.

2° Calculer le coefficient de corrélation r entre les séries (x_i) et (y_i). Que peut-on en conclure ?

3° *a.* Quelle hypothèse doit-on vérifier pour pouvoir faire valablement le test de comparaison des moyennes de deux séries appariées ?

b. On supposera que cette hypothèse est satisfaite.

Peut-on dire que la différence observée entre les moyennes des séries (x_i) et (y_i) est significative au risque de 5 % ?

On fera figurer dans un tableau les calculs intermédiaires et on donnera les formules utilisées.

Voir en page suivante la table du coefficient T de Student.

Tournez la page S.V.P.

DEUXIÈME EXERCICE

Dans un ensemble de n personnes, chaque personne fait appel à un vétérinaire choisi au hasard sur une liste de p vétérinaires numérotés de 1 à p.

Pour tout $i \in \{1, 2, \ldots p\}$ on définit la variable aléatoire X_i par :

$X_i = \begin{cases} 1 \text{ si aucune personne n'a fait appel au vétérinaire n° } i; \\ 0 \text{ sinon.} \end{cases}$

On pose $Y_p = \sum_{i=1}^{p} X_i$.

1. Quelle est la signification concrète de Y_p ?

2. *a.* Calculer l'espérance mathématique de chaque variable X_i.
   b. En déduire l'espérance mathématique, $E(Y_p)$, de Y_p.

3. Dans cette question on suppose $p = n$.
   a. Calculer $\ln\left(\frac{E(Y_n)}{n}\right)$. La notation ln désigne le logarithme népérien.
   b. En déduire la limite de $\frac{E(Y_n)}{n}$ lorsque n tend vers l'infini.
   c. Interpréter ce dernier résultat.

4. On ne suppose plus dans cette question que $p = n$.
   a. Pour p fixé, calculer $\lim_{n \to +\infty} \frac{E(Y_p)}{p}$.
   b. On suppose $p = 10$.
   Pour quelle valeur de n le pourcentage de vétérinaires non consultés est-il en moyenne inférieur ou égal à 5 % ?

Coefficient T *de Student*

α : le risque ;

ν : le nombre de degrés de liberté.

ν \ α	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,958
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,929
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,949
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,126	0,255	0,388	0,529	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
80	0,126	0,254	0,387	0,527	0,679	0,848	1,046	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
120	0,126	0,254	0,386	0,526	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	0,126	0,253	0,385	0,524	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

FIN

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail